Anaylsis II

Mauro Bringolf

12.11.2018

1 Nachbesprechung Serie 7

1.1 Kleine Dinge

- *Wiederholung:* Eine Seite voll Rechnungen ist nur eine saubere Lösung falls die Aufgabe wortwörtlich verlangt, dass man nur etwas ausrechnet. Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen sind zwar Standard, trotzdem sollte man hinschreiben was man tut.

1.2 Aufgabe II

Die kritischen Punkte der Lagrange Funktion wurden von den meisten richtig berechnet, aber die 'Homogenität der Ungleichung' hat Probleme bereitet. Man findet heraus, dass auf Δ das Maximum an der Stelle $x = (\frac{1}{n}, \ldots, \frac{1}{n})$ ist und Wert $\frac{1}{n}$ hat. Einen beliebigen Vektor $y \in \mathbb{R}^n$ können wir in Δ hineinprojeziieren und verwenden, dass Ungleichungen homogen sind in folgendem Sinne:

$$z := \frac{1}{\sum_{i=1}^n y_i} y \Rightarrow z \in \Delta \tag{1}$$

Das heisst der Funktionswert von z ist sicher beschränkt durch das Maximum auf Δ:

$$f(z) \leq \frac{1}{n} \Leftrightarrow \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n y_i} = f(y) \leq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \tag{2}$$

1.3 Satz der impliziten Funktionen

2 Vorbesprechung Serie 8

Genau wie wir verschiedene Ableitungen in mehreren Dimensionen gesehen haben gibt es auch verschiedene Integrale im $\mathbb{R}^n$. Der einfachste Begriff ist das **Wegintegral**.

Wegintegral Zu einem Wegintegral gehören zwei Dinge, eine Kurve $\gamma : [a, b] \to \mathbb{R}^n$ und eine Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$. Das Wegintegral von f entlang der Kurve γ ist dann definiert als:

$$\int_\gamma f(s)ds := \int_a^b f(\gamma(t)) \cdot \gamma'(t)dt \tag{3}$$

Beachte, dass $f(\gamma(t))$ und $\gamma'(t)$ Vektoren im $\mathbb{R}^n$ sind und deren Skalarprodukt eine reelle Zahl ist. Per type checking sehen wir also dass es sich um ein normales eindimensionales Analysis I Integral handelt und das Wegintegral insbesondere eine Zahl ist. Insbesondere übersetzen sich Eigenschaften von Riemann-Integralen auf Wegintegrale. Die wichtigsten sind:

- **Unabhängigkeit von Parametrisierung:** Das Wegintegral ändert sich nicht wenn die Kurve anders parametrisiert wird (genauer in Prop 4.1.5).
- **Richtungswechsel:** Geht man dieselbe Kurve in die andere Richtung erhält man das ursprüngliche Wegintegral mit anderem Vorzeichen.
- **Aneinanderhängen:** Hängt man zwei Kurven aneinander, so ist das totale Wegintegral die Summe der Wegintegrale über die beiden einzelnen Teile.